

Построение разверток поверхностей.

Методы построения разверток поверхностей

При конструировании деталей из листового материала могут применяться сложные геометрические формы, получаемые с помощью гибки. При изготовлении листовых заготовок для таких деталей применяют методы начертательной геометрии, чтобы правильно раскроить лист металла. Для понимания формы и размеров листовой заготовки нужно развернуть поверхность листовой детали и совместить ее с плоскостью. Полученная фигура будет называться разверткой.



Разверткой поверхности называется плоская фигура, которая получается при совмещении поверхности с плоскостью.

Развертываемые поверхности — это поверхности, которые можно путем изгибания совместить с плоскостью без складок и разрывов (например, цилиндрическая, коническая, многогранная поверхности).

Неразвертываемые поверхности — это поверхности, которые можно совместить с плоскостью только в том случае, если разрезать ее в одном или нескольких местах (например, торовая поверхность, коноид, цилиндроид и сфера).

Классификация разверток и методов их построения приведена на рис. 6.1.

Основные свойства развертки:

1. Каждой точке поверхности соответствует одна и только одна точка на развертке.
2. Длина линии на поверхности равна длине соответствующей линии на развертке.
3. На развертке сохраняются величины плоских углов.

4. Параллельным прямым на поверхности соответствуют параллельные прямые на развертке.
5. Площадь замкнутой фигуры на поверхности равна площади той же фигуры на развертке.



Рис. 6.1. Классификация разверток и методов их построения.

1. Аналитический (или графоаналитический) метод — это метод, при котором построение геометрической фигуры развертки осуществляется с применением известных формул. Аналитическим методом можно построить развертки для поверхности прямого кругового конуса и поверхности прямого кругового цилиндра.

Пример 1.1 Построение развертки цилиндрической поверхности аналитическим методом.

Разверткой боковой поверхности прямого кругового цилиндра будет прямоугольник, высота которого равна высоте цилиндра, а длина вычисляется по формуле: $L = \pi d$, где d — диаметр цилиндра (рис. 6.2).

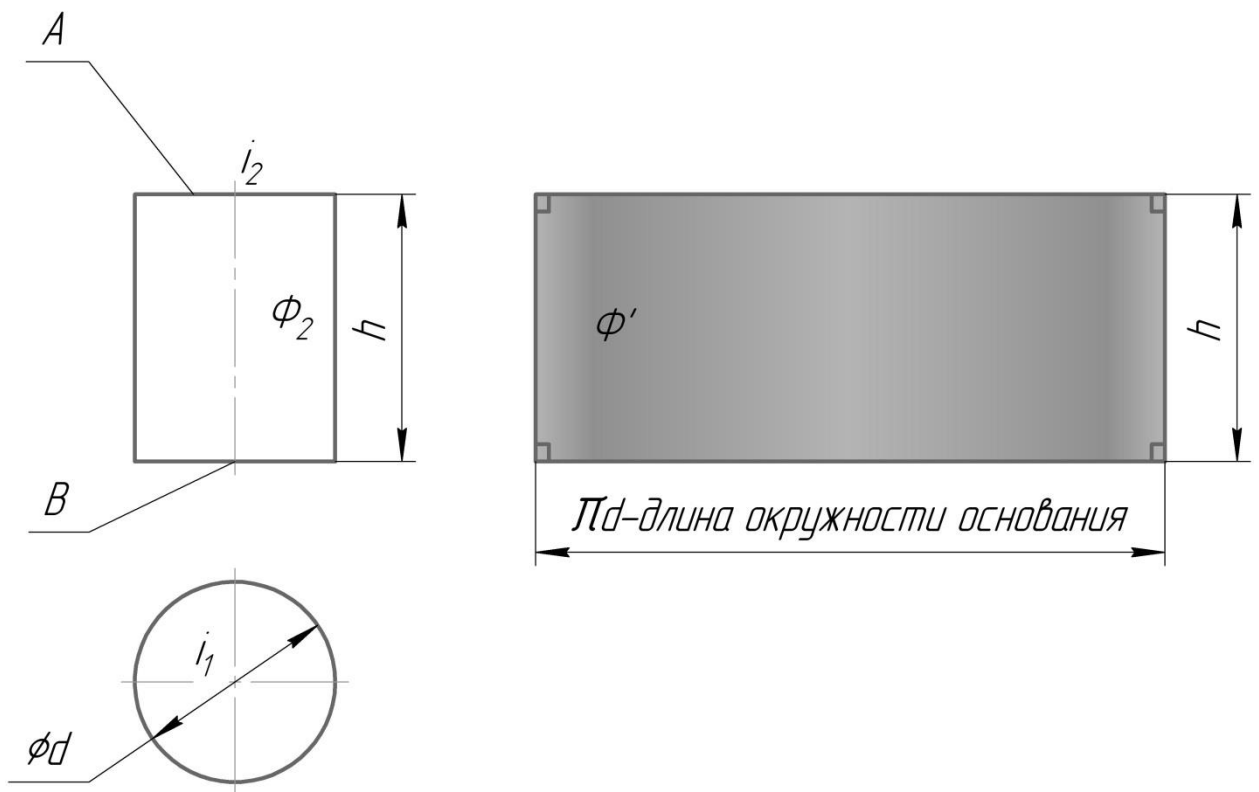


Рис. 6.2. Развертка боковой поверхности прямого кругового цилиндра

Пример 1.2 Построение линии, принадлежащей цилиндрической поверхности, на развертке.

Рассмотрим цилиндрическую поверхность, на которой задана некоторая линия АВ (рис. 6.3). Построения начинаем с определения «нулевой» образующей 1-2. Зададим ее положение на обеих проекциях цилиндра и отметим ее на развертке.

Всем точкам, принадлежащим развертке, будем присваивать индекс «0». На линии АВ задаем промежуточные точки 3 и 4 (рис. 6.4).

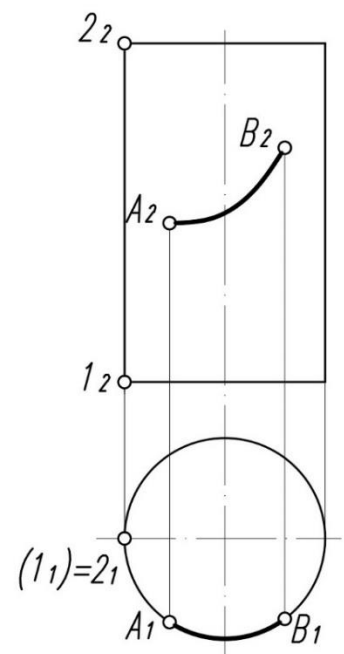


Рис. 6.3 Проекция линии АВ

на цилиндрической поверхности

Строим на развертке образующие, которым принадлежат точки А, 3, 4 и В. Для этого необходимо отложить от «нулевой» образующей длины дуг окружностей: m_1, n_1, k_1, t_1 . Они вычисляются по формуле длины дуги сектора:

$$l = \pi R \frac{\alpha}{180'}$$

где R — радиус окружности, α — угол сектора.

Высоты точек переносим на развертку с фронтальной проекции.

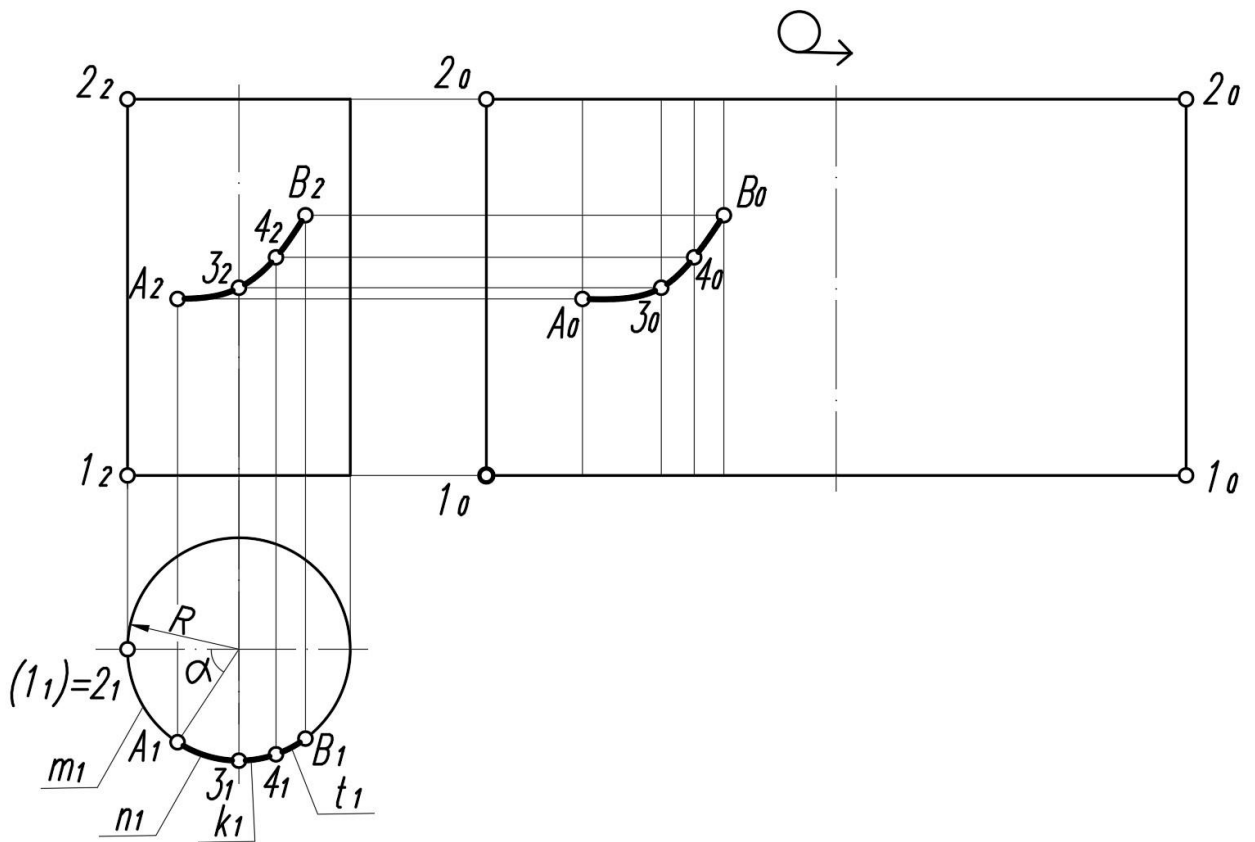


Рис. 6.4 Построение проекции линии АВ, принадлежащей цилиндрической поверхности, на развертке

Пример 2.1 Построение развертки конической поверхности аналитическим методом.

Разверткой боковой поверхности прямого кругового конуса с длиной образующей l и радиусом основания R будет сектор (рис. 6.5), радиус которого равен l , а центральный угол вычисляется по формуле:

$$\alpha^{\circ} = 360^{\circ} R / l \quad (1)$$

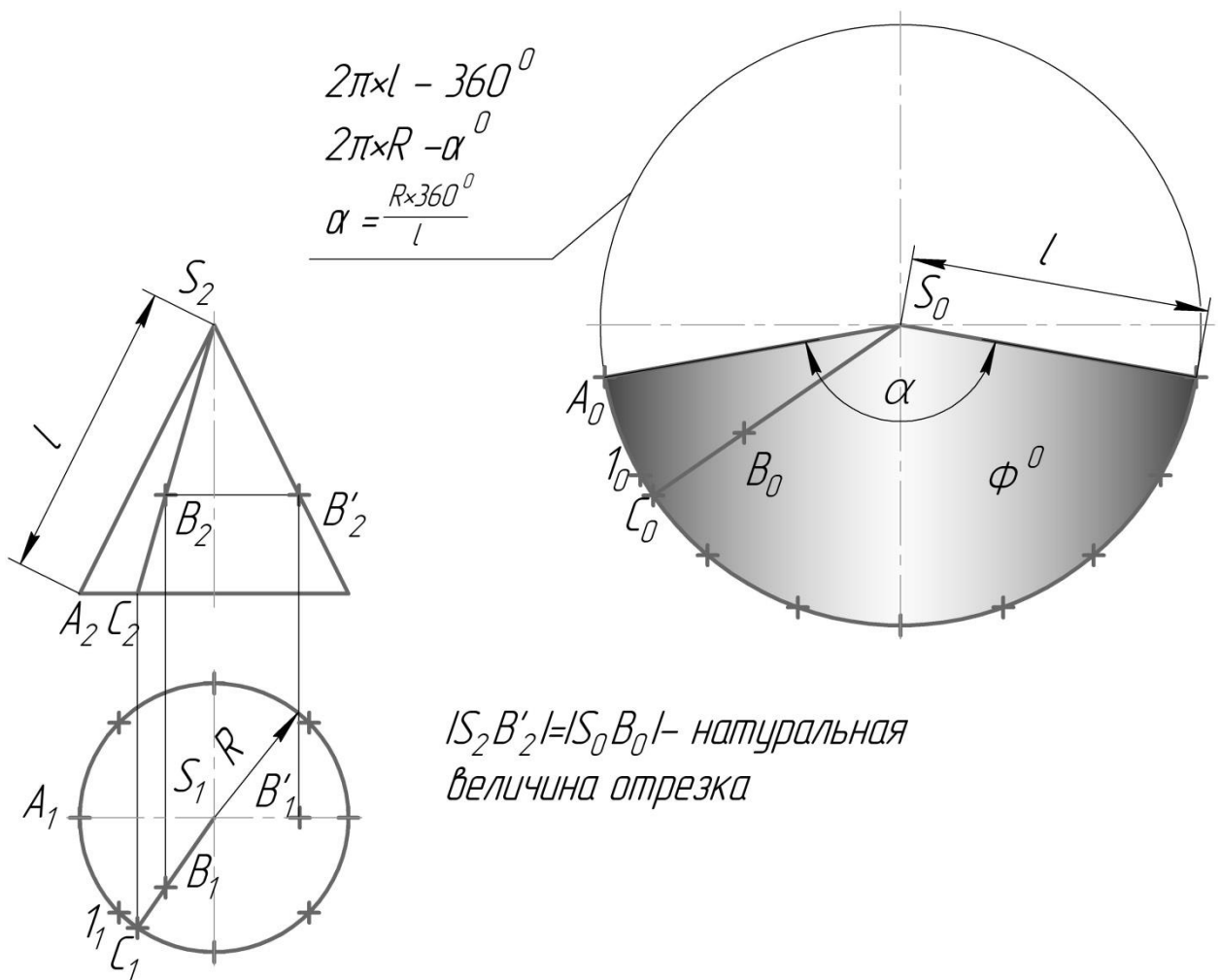


Рис. 6.5. Развертка боковой поверхности прямого кругового конуса

Пример 2.2 Построение линии, принадлежащей конической поверхности, на развертке.

Пусть задана фронтальная проекция линии MN, принадлежащей конической поверхности. Отмечаем на линии MN промежуточные точки 1-3 (рис. 6.6, а). Построим горизонтальную проекцию линии MN с помощью образующих и параллелей, принадлежащих конической поверхности (рис. 6.6, б). Для построения соответствующей ей линии на развертке отметим на развертке конуса образующие, соответствующие образующим конической поверхности, которым принадлежат точки M, 1, 2, 3, N. Углы для построения образующих на развертке (рис. 6.7) вычисляем по формуле:

$$\beta^\circ = \frac{\varphi}{360} \alpha, \text{ где } \alpha \text{ рассчитывается по формуле (1).}$$

Построение на развертке образующих, которым принадлежат точки 2 и 3 (образующие S_06_0 , S_07_0 соответственно), осуществляется делением сектора на 2 и 4 равные части соответственно.

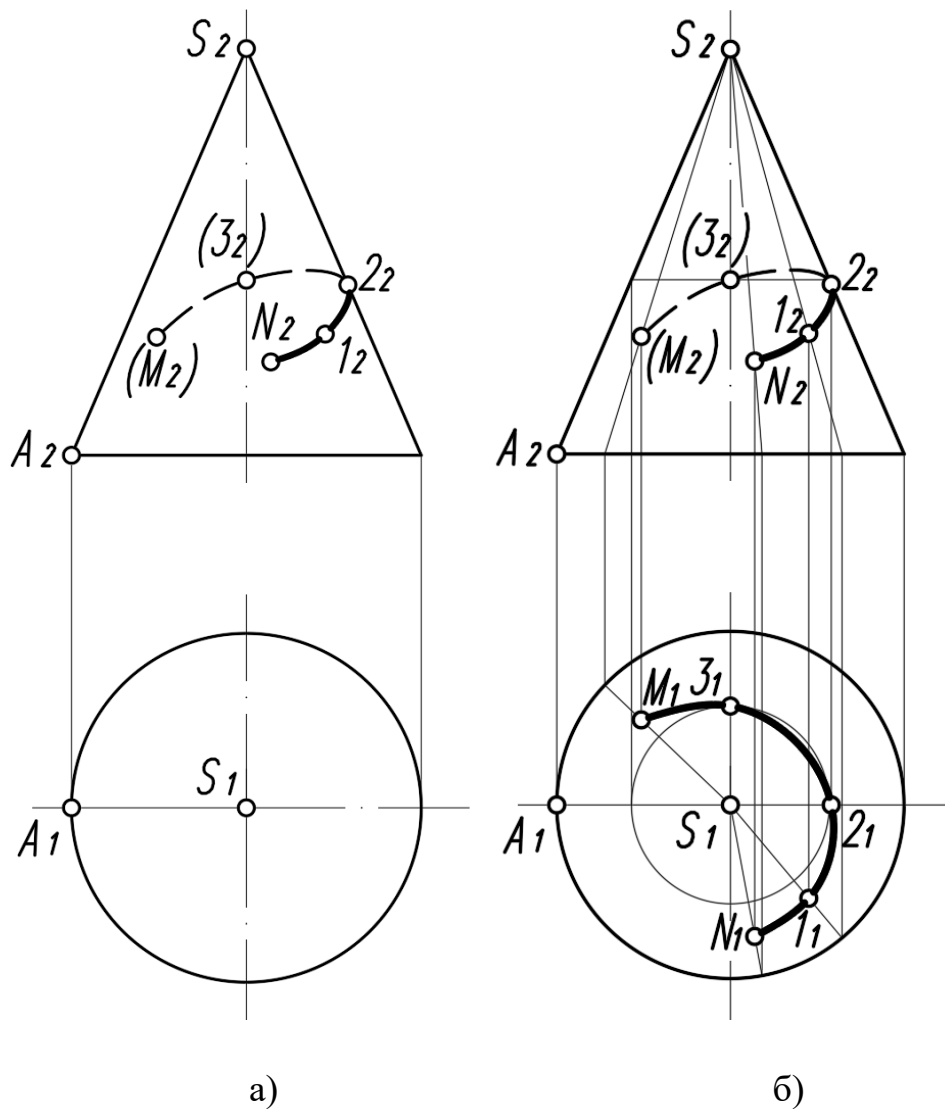


Рис. 6.6 Проекция линии MN, принадлежащей конической поверхности.

Для построения на развертке точек, соответствующих точкам M, 1, 2, 3, N, необходимо определить натуральные величины расстояний, на котором эти точки находятся от вершины S, и отложить эти расстояния вдоль построенных образующих. Для определения натуральной величины

расстояния можно использовать любой известный способ (способ прямоугольного треугольника, замены плоскостей проекций, вращения и т.п.). При этом для точки 2 натуральная величина расстояния до вершины S есть на фронтальной проекции, т.к. образующая S-6 занимает положение фронтали. На рис. 6.8 показано определение натуральной величины расстояния от точки M до вершины S способом прямоугольного треугольника, используя разность глубин точек Δy .

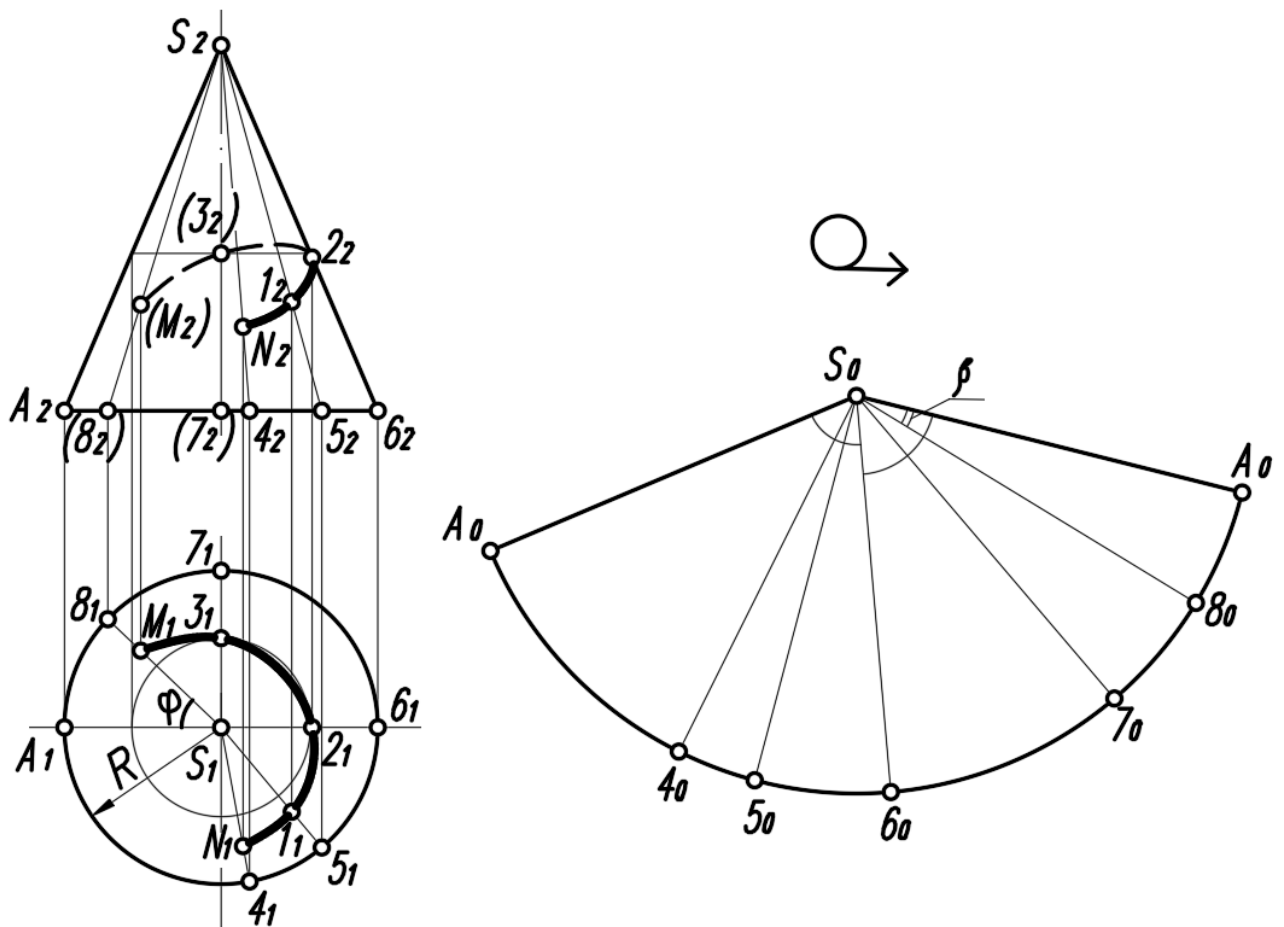


Рис. 6.7 Построение образующих на развертке конической поверхности

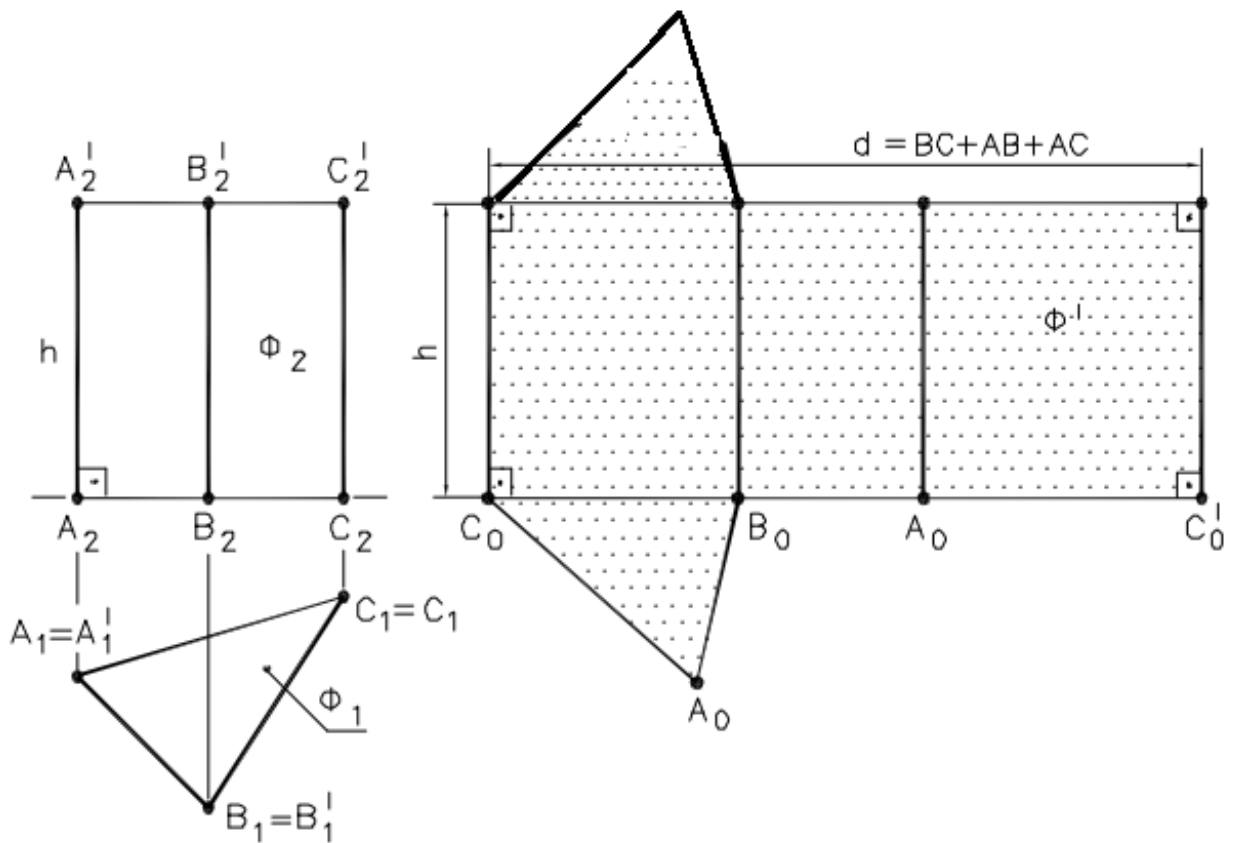


Рис. 6.9. Развертка призмы

Пример 3.2 Построение линии, принадлежащей поверхности призмы, на развертке

Для построения проекции линии, принадлежащей призматической поверхности, на развертке используем свойства 1 и 2 развертки, а также признаки принадлежности точки поверхности, линии поверхности.

Построим на развертке призмы линию, соответствующую линии АВСА, принадлежащей ее поверхности (рис. 6.10). Сначала отмечаем на развертке опорные точки А, В, С на соответствующих ребрах, откладывая на них натуральную величину расстояния от основания призмы. Промежуточные точки отмечаем из условия их принадлежности линиям, принадлежащим грани призмы (в данном случае – проецирующим прямым).

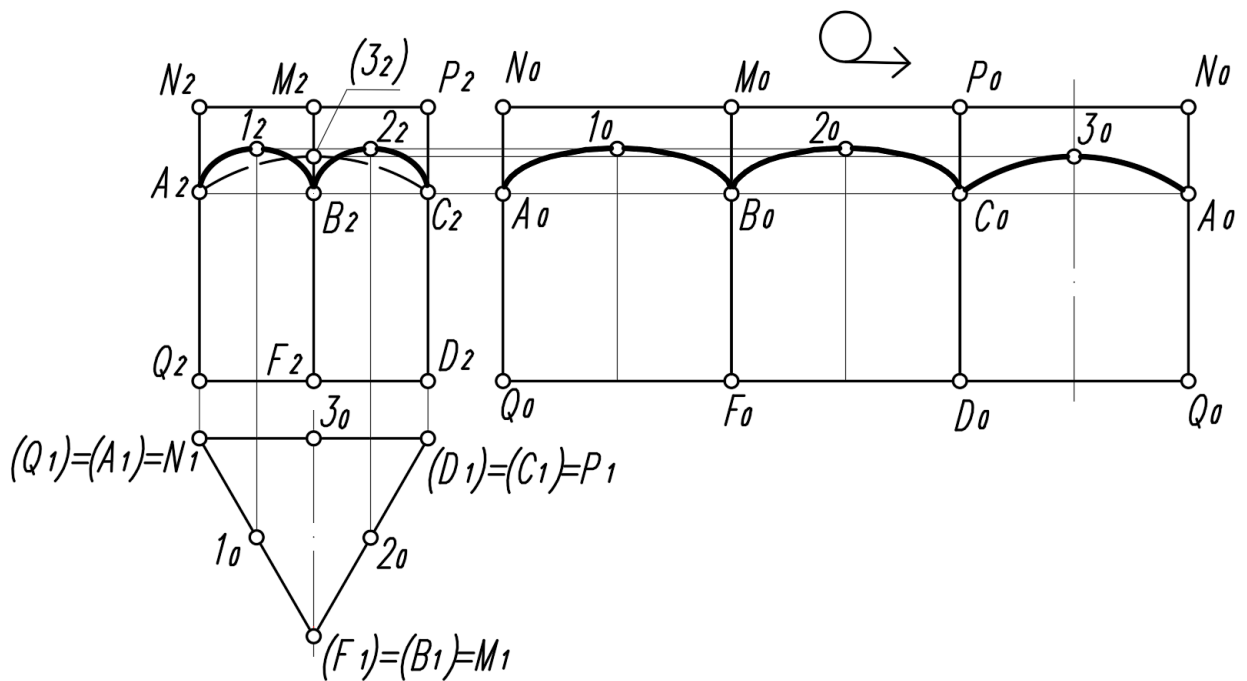


Рис. 6.10 Построение линии, принадлежащей поверхности призмы, на развертке

2. **Метод нормального сечения** — это метод, применяющийся, как правило, для построения развертки наклонных призм, при котором строится сечение призмы перпендикулярно боковым ребрам и определяется его натуральная величина (обычно способом замены плоскостей проекций) (рис. 6.11).

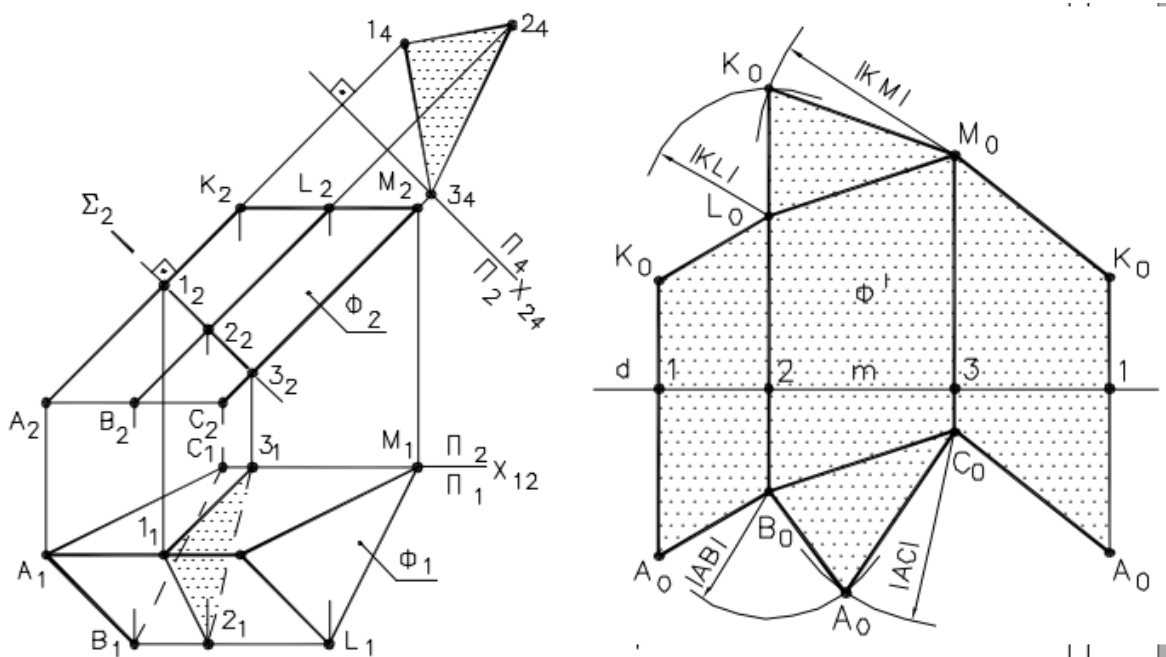


Рис. 6.11. Развертка наклонной треугольной призмы

Пример 4. Построение развертки призмы методом нормального сечения

Рассмотрим пример построения развертки наклонной треугольной призмы (см. рис. 6.11). Проанализируем заданные горизонтальную и фронтальную проекции призмы. Боковые ребра призмы являются фронталями ($\parallel \pi_2$), а следовательно, на π_2 проецируются в натуральную величину. Основания призмы параллельны горизонтальной плоскости проекций (π_1), а следовательно, проецируются на π_1 без искажения.

Построим так называемое «нормальное сечение» — сечение наклонной призмы фронтально-проецирующей плоскостью Σ перпендикулярно боковым ребрам (проекции на π_1 и π_2). Введем новую плоскость π_4 так, чтобы геометрическая фигура, полученная в сечении, была ей параллельна (способ замены плоскостей проекций). Для этого строим новую ось x_{24} параллельно проекции Σ_2 . Проводим новые линии связи, перпендикулярно оси x_{24} , откладываем на них координаты с π_1 . На π_4 получаем натуральную величину нормального сечения. Будем использовать ее для построения развертки.

Для построения развертки проведем произвольную горизонтальную прямую и отложим на ней полученные натуральные величины отрезков 1-2, 2-3 и 3-1. Обозначим полученные точки 1_0 , 2_0 , 3_0 и 1_0 (крайнее ребро показываем на развертке дважды). Через них проводим вертикальные прямые и откладываем на них отрезки, соответствующие натуральным величинам боковых ребер призмы с учетом их расположения относительно плоскости Σ . Полученные точки соединяем. К полученной развертке боковой поверхности призмы пристраиваем основания призмы — треугольники $A_0 B_0 C_0$ и $K_0 L_0 M_0$. Размеры сторон этих треугольников соответствуют натуральным величинам сторон треугольников (проекции на π_1).

3. Метод раскатки — это метод, применяющийся для построения развертки боковой поверхности призмы или пирамиды. Боковые грани призмы (пирамиды) последовательно совмещаются с плоскостью чертежа

путем поворота их вокруг соответствующих ребер призмы (пирамиды) (рис. 6.12).

Пример 5. Построение развертки пирамиды

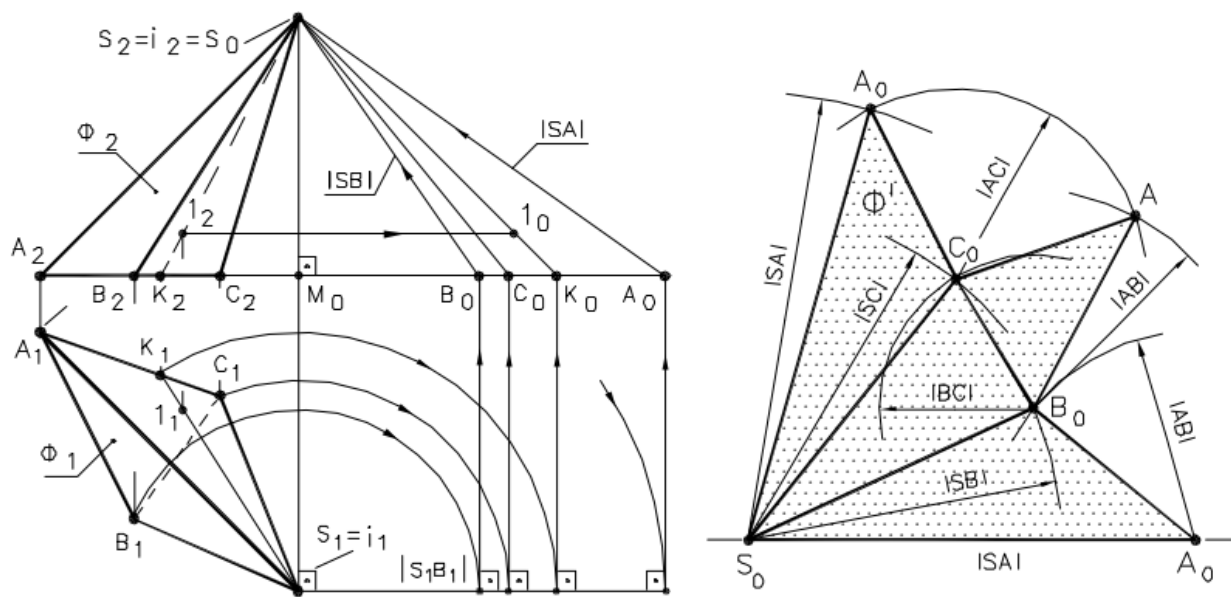


Рис. 6.12 Развертка пирамиды

Рассмотрим применение метода раскатки при построении развертки наклонной треугольной пирамиды (см. рис. 6.12). Для построения развертки пирамиды необходимо знать натуральные величины всех ее ребер.

Проанализируем условие задачи. Основание пирамиды — ABC — параллельно горизонтальной плоскости проекций π_1 , а следовательно, проецируется на π_1 в натуральную величину. Чтобы определить натуральную величину боковых ребер пирамиды, воспользуемся способом вращения вокруг проецирующей оси. Ось i проведем через вершину S пирамиды перпендикулярно горизонтальной плоскости проекций π_1 . Повернем боковые ребра пирамиды вокруг оси i так, чтобы они стали фронталями. Тогда на фронтальную плоскость проекций они спроецируются в натуральную величину. Зная натуральные величины всех ребер призмы, строим ее развертку последовательно для каждой грани как треугольники по трем сторонам.

4. Метод триангуляции — это метод, при котором кривую поверхность заменяют вписанной (или описанной) многогранной поверхностью с треугольными гранями. Применяется, как правило, для построения разверток боковых поверхностей кривых разветвляющихся поверхностей общего положения.

Пример 6. Построение развертки эллиптического конуса (рис. 6.13).

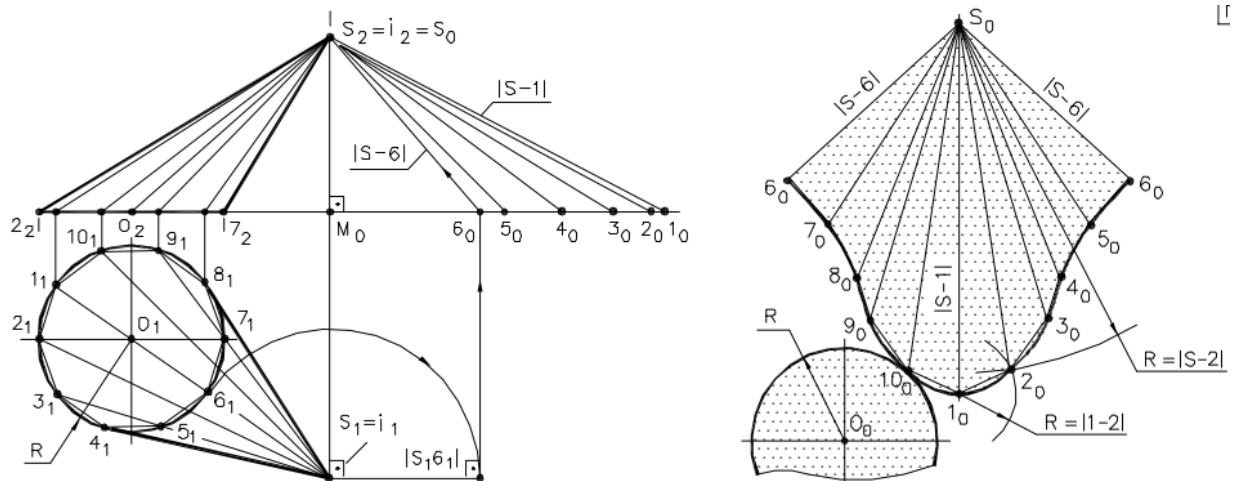


Рис. 6.13 Развертка эллиптического конуса

При построении развертки методом триангуляции боковую поверхность эллиптического конуса заменяем на пирамидальную поверхность (из треугольников). Для этого на окружности основания конуса выбираем 12 точек и соединяем их с вершиной, получаем 12-ти угольную вписанную пирамиду. Для пирамиды осуществляем построение развертки методом раскатки (см. выше). Точки, принадлежащие основанию, на развертке соединяем плавной кривой.

5. Метод аппроксимации — это метод, применяющийся для построения развертки неразвертывающихся поверхностей. При этом неразвертывающаяся поверхность разбивается на ряд отсеков, каждый из которых аппроксимируется отсеком развертывающейся поверхности.

Пример 7. Построение условной развертки сферы методом аппроксимации*

Построим условную развертку сферы, заменив отсеки сферы (пояса) отсеками конических и цилиндрических поверхностей. Для этого разбиваем сферу на ряд поясов (рис. 6.14). Средний экваториальный пояс заменяем цилиндрическим отсеком, остальные пояса — коническими отсеками. Строим развертки каждого из поясов аналитическим методом (см. выше). Совокупность разверток поясов будет являться условной разверткой сферы (рис. 6.15).

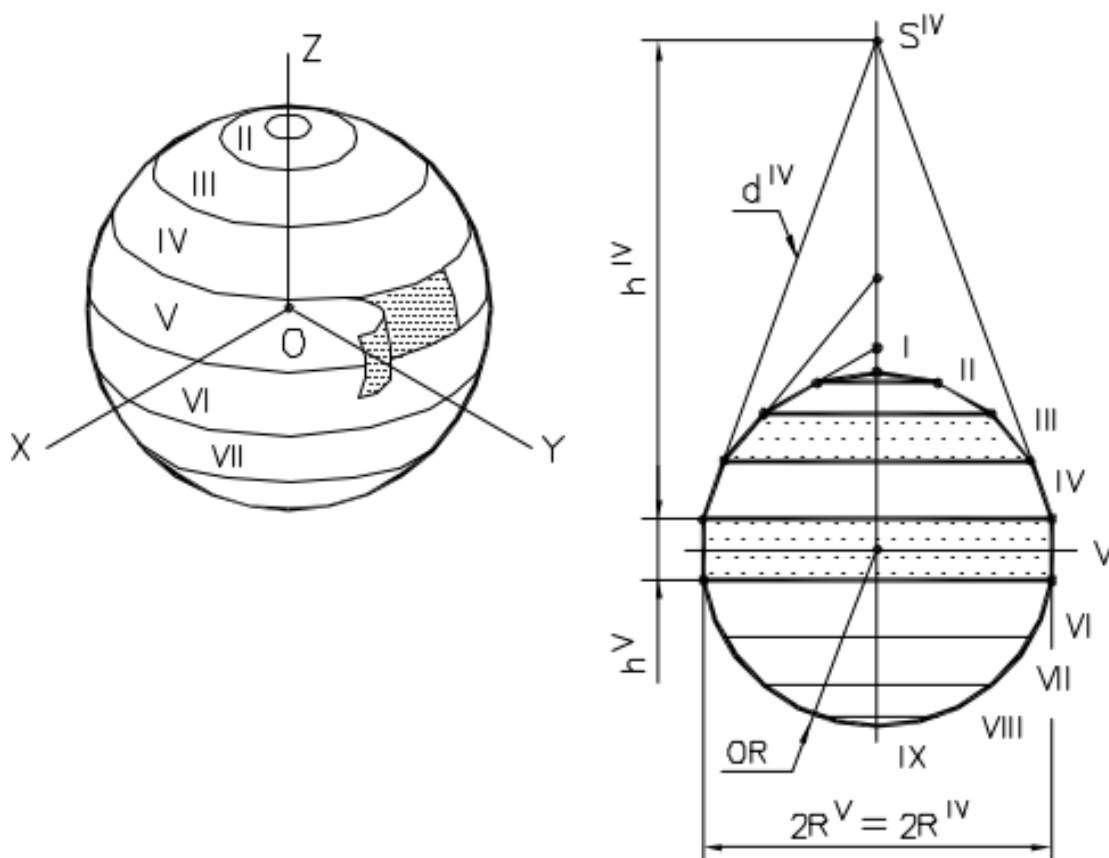


Рис. 6.14 Замена отсеков сферы на цилиндрические и конические пояса

*- дополнительные сведения (в эюре 3 не выполняется)

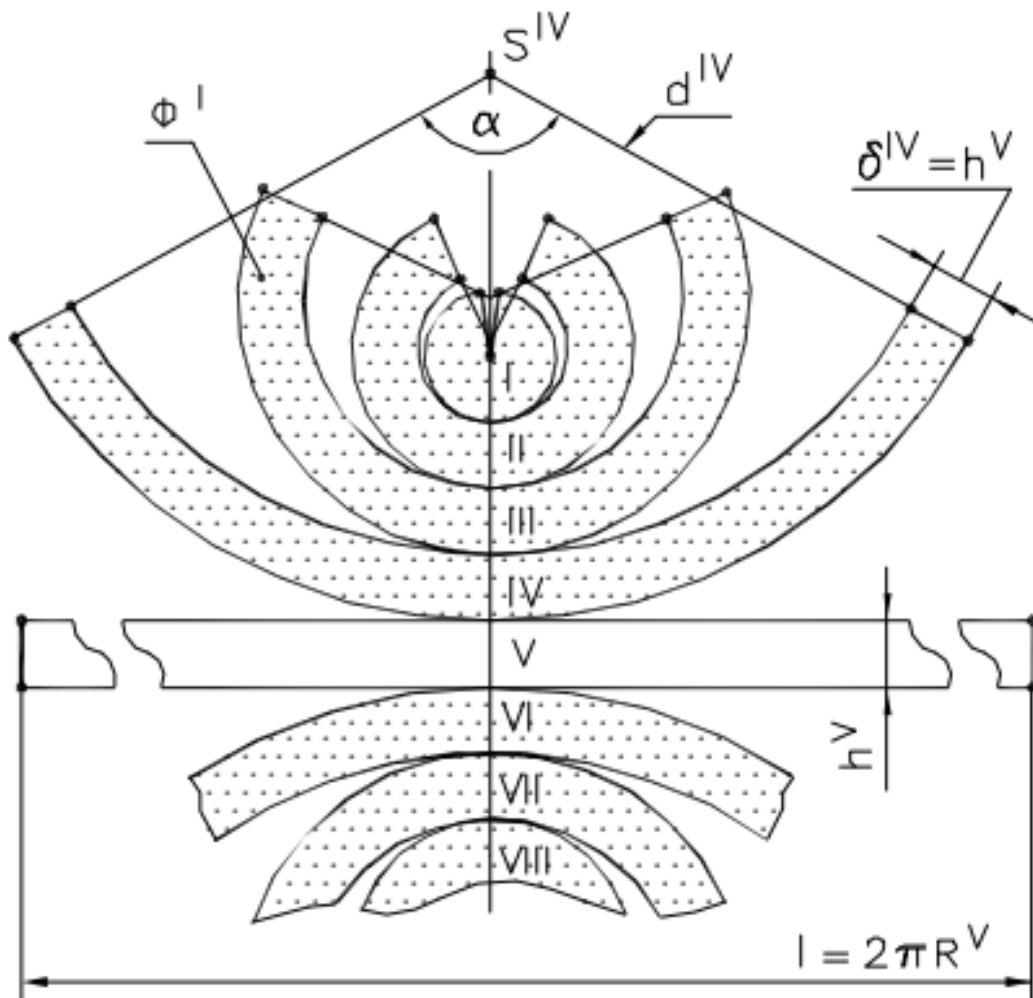


Рис. 6.15 Условная развертка сферы

Пример 8. Построение развертки тора*

Построение условной развертки тора также начинается с разбиения поверхности на отсеки. Для этого используем фронтально-проецирующие осевые плоскости (рис. 6.16). Поскольку поверхность тора осесимметричная, достаточно построить развертку одного отсека поверхности, развертки остальных отсеков будут идентичны.

Для построения развертки отсека проведем плоскость симметрии Δ . Она рассекает отсек тора по окружности t , при этом $t_2 = 1_2 7_2$, где t_1^1 – НВ этой окружности. Заменяем выделенный отсек тора отсеком описанной цилиндрической поверхности.

*- дополнительные сведения (в эшпоре 3 не выполняется)

Отсек описанной цилиндрической поверхности заменяем отсеком призматической поверхности, вписанной в цилиндрическую. Точная развертка отсека вписанной призматической поверхности является приближенной разверткой отсека описанной цилиндрической поверхности и условной разверткой отсека поверхности тора.

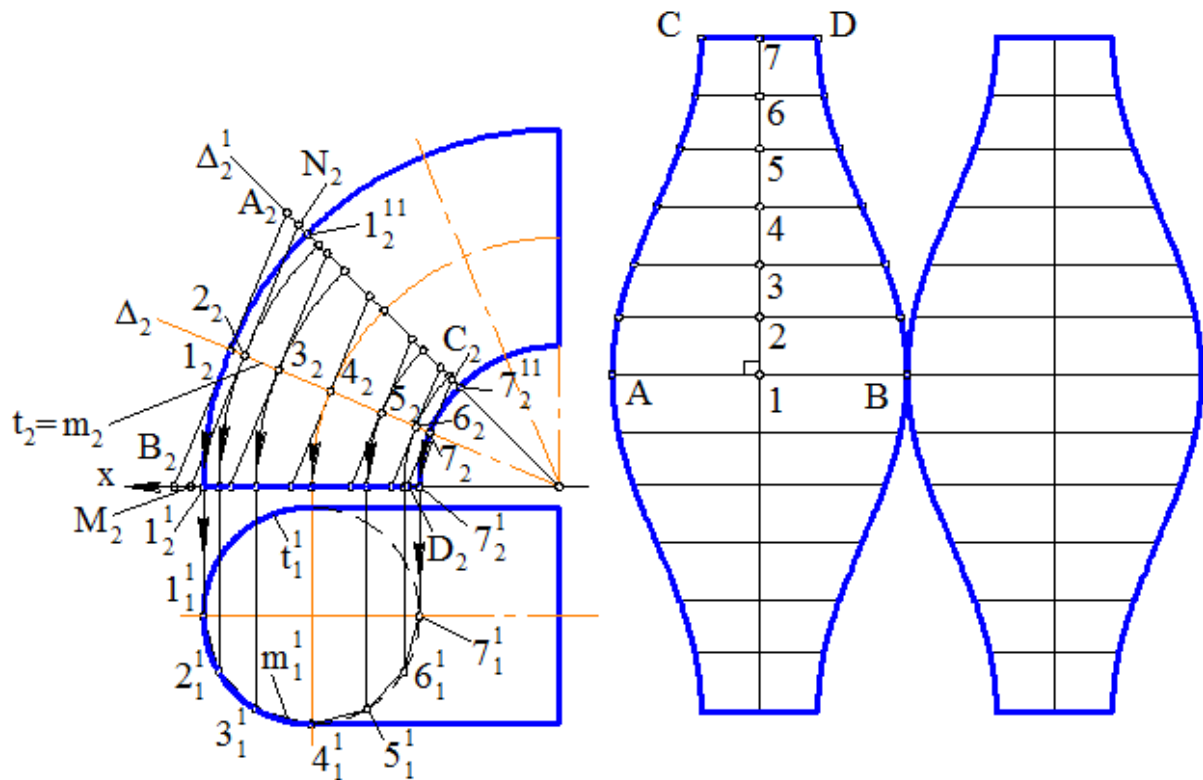


Рис. 6.16 Условная развертка поверхности тора

Обозначение развертки на чертеже

Требования к обозначению разверток на чертеже устанавливает ГОСТ 2.109-73 ЕСКД Основные требования к чертежам. На чертеже изображение развертки поверхности сопровождается условным графическим обозначением «развертка» в виде окружности со стрелкой (рис. 6.17): диаметр окружности — мм, стрелка имеет угол раскрыва 90° . Толщина обводки знака соответствует толщине сплошной тонкой линии на чертеже.

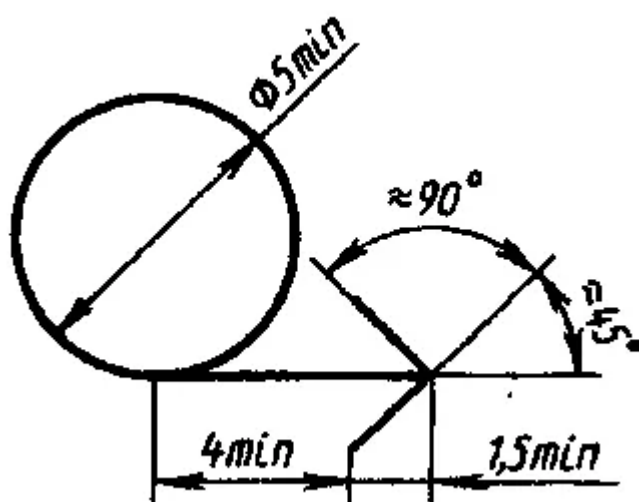


Рис. 6.17. Условное графическое обозначение знака «развертка»

Последовательность выполнения эюра № 3

1. Выбор компоновки. Эюр № 3 в общем случае состоит из двух листов. Лист 1 содержит изображение двух пересекающихся поверхностей в двух проекциях (фронтальная и горизонтальная), а также аксонометрическую проекцию одной из поверхностей с нанесенной на ней линией пересечения. Лист 2 содержит изображение развертки одной из поверхностей с нанесенной на ней линией пересечения. Построение развертки выполняется только в том случае, если соответствующая тема представлена в рабочей программе дисциплины (необходимость построения развертки определяется преподавателем).

Компоновка листа № 1: формат делится примерно на две равные части по горизонтали. В левой части формата – проекции поверхностей, в правой части формата – аксонометрическая проекция.

Компоновка листа № 2: в левой части формата – проекции поверхностей (как на листе № 1), на оставшемся свободном поле формата – развертка выбранной поверхности.

2. Построение проекций поверхностей по размерам из задания. Для каждой заданной поверхности необходимо на проекциях построить очерковые линии и соответствующие линии видимости. Очертания тех отсеков каждой из поверхностей, которые находятся внутри другой поверхности, необходимо изображать штриховой линией.

3. Построение линии пересечения поверхностей. На чертеже сохраняются все построения для опорных точек линии пересечения и для нескольких рядовых точек.

4. Построение аксонометрической проекции для одной из поверхностей.

5. Нанесение линии пересечения на аксонометрическую проекцию.

6. **Построение развертки. Развертка строится в натуральную величину и только для одной из поверхностей (рекомендуется выбирать *развертывающиеся* поверхности и строить *точную* развертку). Для достижения оптимальной точности рекомендуется разбивать поверхность на

12 частей. При этом элементы поверхности, на которые она делится для построения развертки (параллели, образующие и т.п.), и соответствующие элементы ее развертки, должны быть одинаково пронумерованы. При наличии симметрии допускается чертить только часть развертки, применяя осевые линии и линии обрыва.

7. **Нанесение линии пересечения на развертку поверхности. Перенося линию пересечения с проекций поверхности на развертку, необходимо переносить как опорные точки, так и промежуточные точки.

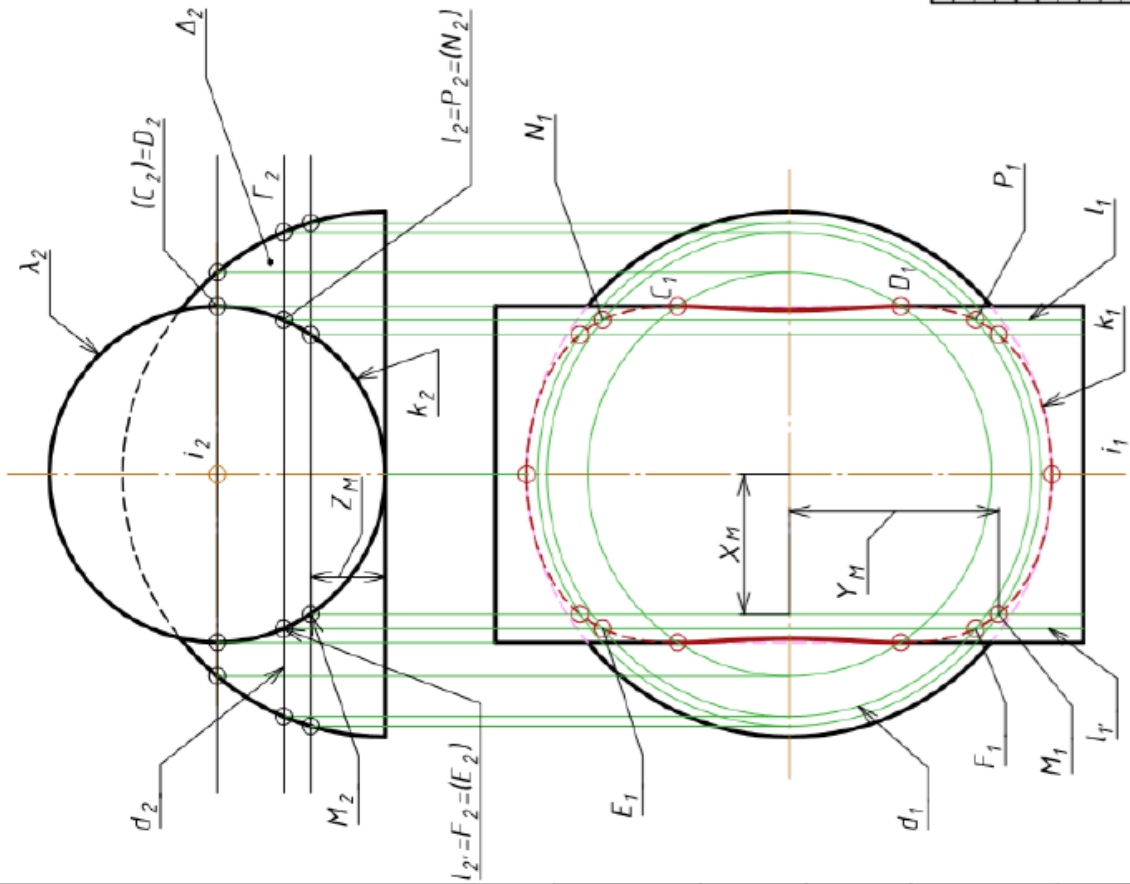
** - построение развертки выполняется только теми группами, у которых это предусмотрено в рабочей программе дисциплины

5.4 Пример выполнения эюра № 3

ВЫПОЛНЕНО В СТУДЕНЧЕСКОЙ ВЕРСИИ ПРОГРАММЫ AUTODESK

ВЫПОЛНЕНО В СТУДЕНЧЕСКОЙ ВЕРСИИ ПРОГРАММЫ AUTODESK

1. $\Gamma (\Gamma \parallel \Pi_1)$
2. $\Gamma \cap \lambda = l, l'$
3. $\Gamma \cap \Delta = d$
4. $d_1 \cap l_1 = F_1, E_1$
5. $d_1 \cap l_1 = P_1, M_1$
6. $F, E, P, N \in k$



ВЫПОЛНЕНО В СТУДЕНЧЕСКОЙ ВЕРСИИ ПРОГРАММЫ AUTODESK

| | | | | | |
|-------------|-----------------|------------|---------------|--------|--------------|
| Ид. № подл. | Рисунки в сборе | Вам. чл. № | Инд. № докум. | Изм. № | Лист в сборе |
|-------------|-----------------|------------|---------------|--------|--------------|

| | | | | | | |
|-------------|--|-----------|--------|-----------------|-------|----------|
| Имя | | Кл. з. | Лист № | Знак | Подп. | Дата |
| Разраб. | | Коробей | 0 | 0 | 0 | 00.01.00 |
| Проб. | | Т. конпр. | Лист 1 | Листов 2 | | |
| И. конпр. | | Учб. | | МАИМ 20-107С-19 | | |
| 015.031.003 | | | | | | |
| Элюр 3 | | | | | | |

МАИМ 20-107С-19

